

Transformaciones Locales de Lorentz y el Sistema Internacional de Unidades (SI)

M A Guerra¹ y J A Franco R²

ABSTRACT: En este trabajo se recogen las modificaciones de las características mensurables sufridas cuando un objeto se desplaza en el espacio a una velocidad v y está siendo supervisado con mediciones continuas de sus magnitudes físicas por un observador fijo. Tales modificaciones son ahora conocidas como transformaciones relativistas locales de Lorentz de magnitudes físicas (LLT por sus siglas en inglés).

KEYWORDS: Relatividad especial, masa relativista, energía relativista, ímpetu relativista y en transformaciones relativistas generales de magnitudes físicas.

INTRODUCCIÓN

El sistema internacional de unidades (SI, abreviado del francés como "d'unités internationales de Le Système"), actualmente es el sistema de unidades más extensamente usado del mundo, y la publicación del National Institute of Standards and Technology, *la Referencia de las constantes de unidades y de incertidumbre del NIST*, estarán entre las guías para presentar este trabajo [1], [2]. Por otra parte, utilizaremos los resultados obtenidos en la referencia [3], donde fue deducida entre sus primeros resultados la contracción de la longitud, la dilatación del tiempo (hechos explicados y predichos por Lorentz a principios del siglo XX [4]) y el incremento de la masa, que un observador fijo mide sobre objetos móviles.

I LONGITUD, TIEMPO, MASA E INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA

Una configuración que despejará los conceptos antedichos es la siguiente: supongamos estamos viendo el vuelo de una nave espacial a la velocidad v , que es de hecho una nave-laboratorio con toda clase de equipos para hacer medidas de características físicas sobre los objetos inmóviles dentro de este laboratorio, al cual referiremos como laboratorio A. Sin embargo, estas medidas se hacen tomando como referencia a un punto fijo B, en la tierra. En este sentido, una barra en reposo que en el laboratorio A tiene una longitud L_0 respecto al origen de este laboratorio, será medida por los instrumentos, como $L_0 = |\mathbf{r}'_M - \mathbf{r}'_N|$, independientemente del punto de referencia de la medida, como por ejemplo, un punto B en la tierra; donde M y N son puntos inmóviles dentro del laboratorio A, pero puntos que se mueven respecto al punto de referencia B en la tierra. Las letras con primas se refieren a las magnitudes medidas con los instrumentos del laboratorio A. Adicionalmente, nosotros estamos en la tierra en el referido punto B, en otro laboratorio, al cual llamaremos laboratorio B, con todo el equipamiento para medir características de objetos móviles.

¹ Executive editor of JVR, Caracas, Venezuela, Journal.of.VR@hotmail.com

² Independent Researcher, Caracas, Venezuela, jafrancor@yahoo.com

En este caso, la barra inmóvil dentro del laboratorio A, en la nave espacial, que fue medida como L_0 , ahora, desde el laboratorio B en la tierra, mediremos, tomando como antes del mismo punto de referencia B de medidas, la longitud dinámica de la barra $L = |\mathbf{r}_M - \mathbf{r}_N|$, la cual es menor que L_0 en

una cantidad dada por $L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot L_0$ (**contracción de la longitud**). Un reloj que en el laboratorio

A mide un intervalo de tiempo t_0 entre dos acontecimientos, nuestro reloj en el laboratorio B, en la tierra, medirá, entre los mismos dos acontecimientos, un período t más de largo que t_0 , tal que

$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, (**dilatación del tiempo**). Un cuerpo cuya masa en reposo m_0 dada por los

instrumentos en la nave-laboratorio A, mide en la tierra, en el laboratorio B, una masa dinámica m

mayor que m_0 , en una cantidad dada por $m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$ (Einstein obtuvo $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, un valor

erróneo de la masa dinámica [5]). En el mismo trabajo referido antes [3] se demuestra que la carga eléctrica es invariante a las transformaciones locales de Lorentz. De forma que, la intensidad de

corriente, I_0 , medida en el laboratorio A, medirá en la tierra $I = \frac{dq}{dt} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot I_0$.

II TEMPERATURA, CANTIDAD DE SUBSTANCIA E INTENSIDAD LUMINOSA

Por otra parte, la transformación local característica de Lorentz para la temperatura se puede obtener de su definición a partir de la segunda ley de la termodinámica, que implica que el calor no fluye espontáneamente de un material frío a un material caliente, sino que permite que el calor (energía) fluya de un material caliente a un material frío. Esto se puede expresar como la relación inversa entre la dispersión de la energía, o entropía termodinámica S , y el calor Q , la cual será

siempre positiva, $\frac{dQ}{dS} = T$. Debido a que la entropía es una medida probabilística del desorden o de

la dispersión de energía de un sistema, ella tiene las características de un número y aunque no es adimensional, su invariancia bajo transformaciones locales de Lorentz (LLT) es la asunción más conveniente a tomar, como veremos más adelante. Así, midiendo la variación de la entropía y del calor (energía) de un sistema cerrado en el laboratorio móvil A, y tomando de [3] la LLT ya conocida

de la energía, aplicada al calor: $dQ' = \frac{dQ}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, tenemos:

$$\frac{dQ'}{dS'} = T' = \frac{dQ}{dS} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow T' = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ Para, } T' = T_0 \Rightarrow T = T_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Hagamos algunos controles. La ley ideal de los gases, que indica que el producto de la presión y del volumen de un gas es directamente proporcional a la temperatura: $P.V = n.R.T$, donde P es presión, V es volumen, T es temperatura, n es el número de moles (sin dimensiones) del gas y R es la constante universal de los gases ideales. Como sabemos, la presión es fuerza dividida por área, y la fuerza es invariante a las LLT [3]. De esta manera encontraremos de nuevo la misma relación,

$$P.V' = n'.R'.T' \Rightarrow \frac{F}{A} \cdot \frac{V}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = n.R.T'; T' = T_0 = \frac{\frac{P.V}{n.R}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = T_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

En semiconductores, la diferencia de potencial V en una unión p-n depende de la temperatura absoluta: $V = \frac{kT}{q}$, donde q es la carga del electrón y k la constante del Boltzmann. Ya conocemos

de [3] que la carga eléctrica es invariante y que la LLT del voltaje está dado por $V' = V_0 = \frac{V}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Así pues, si el voltaje p-n medido en el laboratorio A es V_0 , en la tierra mediremos $V = V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Así, usando la LLT ya conocida de la temperatura, obtendremos consistentemente de nuevo que:

$$V' = \frac{k.T'}{q'} = \frac{k \cdot \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{q} = \frac{\frac{k.T}{q}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{V}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Con estas pruebas podemos ver que la capacidad de calor es una cantidad invariante a las LLT:

$$C' = \frac{\frac{\Delta T'}{\Delta Q'}}{\frac{\Delta T}{\Delta Q}} = \frac{\frac{\Delta T'}{\Delta Q'}}{\frac{\frac{\Delta T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{\Delta Q}} = C$$

Intentemos obtener ahora la transformación de la intensidad luminosa. De [1] obtenemos la definición de la intensidad luminosa: "una candela (Cd) se define como la intensidad luminosa de una fuente de luz monocromática de 540 THz que tenga una intensidad radiante de 1/683 Watts por stereo-radián". De esta definición básica podemos asumir la proporcionalidad entre la intensidad radiante y la intensidad luminosa, es decir, que la candela podría tener también la unidad [watt/stereo-radian] y el stereo-radián es una cantidad sin dimensiones porque viene de dividir el área de un metro cuadrado por el cuadrado del radio, y por esta misma razón, también el stereo-radián es una cantidad invariante a las LLT (sus factores se cancelan). Por lo tanto, la unidad tiene la dimensión de la potencia (Watt).

Usando otra vez referencia [3], $P' = \frac{dE'}{dt'} = \frac{\frac{dE}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}{dt \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{P}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}$, así, la LLT de la intensidad

luminosa llega a ser: $I'_v = I_{v0} = \frac{I_v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} \Rightarrow I_v = I_{v0} \cdot \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$

Así, una intensidad luminosa I_{v0} medida en A, en la nave, medirá en B en tierra, $I_v = I_{v0} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Un resumen de las unidades básicas del SI y sus LLT se presenta en tabla siguiente:

TABLE 1

SI base units and their Local Lorentz Transformations (LLT)

Magnitude	Unit	Symb.	Scient. Not.	Fixed System	Moving System
Distance r	meter	m	m	$r = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot r_0$	$r' = r_0$
Mass m	kilogram	kg	kg	$m = \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$	$m' = m_0$
Time t	second	s	s	$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$	$t' = t_0$
Electric Current $I = \frac{dq}{dt}$	Amper	A	A	$I = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot I_0$	$I' = I_0$
Thermodynamic Temperature T	°Kelvin	K	K	$T = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot T_0$	$T' = T_0$

Amount of Substance n	mole	mol	[mol]	$n = n_0$	$n' = n_0$
Luminous Intensity $I_v(l)$ (visible)	candela	cd	cd	$I_v = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) I_{v0}$	$I'_v = I_{v0}$

Es importante observar que en [3] se obtuvo que la carga eléctrica es invariante a las LLT, a saber la medición de su valor es el mismo, esté moviéndose o esté en reposo. De esta manera resulta fácil deducir que el factor de Lorentz presente en la LLT de la intensidad de corriente eléctrica es inversa al de la LLT del tiempo, tomando el valor anterior presentado en la tabla 1. En este sentido, los factores característicos de las transformaciones locales de Lorentz que las magnitudes toman cuando se mueven, tienen la característica de la dimensionalidad. Así, es fácil obtener y comprobar directamente la transformación completa de una magnitud aplicando las LLT correspondiente de las unidades básicas del SI a su dimensión expresada en la notación científica.

Cuando una ley física se expresa a través de alguna constante y la constante tiene su propia dimensión para así completar la dimensión de la magnitud medida por esa ley física, significará que cuando el objeto se esté moviendo, esta "constante" será medida desde la tierra también como otra magnitud que puede ser modificada por las LLT de las unidades involucradas en la dimensión de la "constante", como por ejemplo en los casos de la constante de Planck, de la constante de Boltzmann, de la constante gravitacional, de la constante dieléctrica del campo eléctrico, de la permeabilidad magnética, etc. Es decir, tales "constantes" con dimensiones absorben los cambios debidos el movimiento del objeto al cual le estamos haciendo medidas desde la tierra.

III UNIDADES CINEMÁTICAS DERIVADAS (SI)

Las unidades derivadas y sus factores de LLT se definen en términos de las siete cantidades básicas del SI vía definiciones de las magnitudes que vienen de ecuaciones o de leyes físicas universalmente aceptadas.

TABLA 2

Unidades cinemáticas derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
Length L	meter	m	m	$L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot L_0$	$L' = L_0$
Area A	square meter	m^2	m^2	$A = A_0 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$	$A' = A_0$
Volume V	cubic meter	m^3	m^3	$V = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot V_0$	$V' = V_0$
Plane angle $\theta = s/R$	radian	rad	[]	$\theta = \theta_0$	$\theta' = \theta_0$

Solid angle $\Omega = A/R^2$	steradian	sr	[]	$\theta = \theta_0$	$\theta' = \theta_0$
Velocity v	$\frac{\text{meter}}{\text{second}}$	$\frac{m}{s}$	$m.s^{-1}$	$v = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot v_0$	$v' = v_0$
Frequency f	$\text{hertz} = \frac{\text{cycles}}{\text{sec}}$	Hz	s^{-1}	$f = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot f_0$	$f' = f_0$
Angular Velocity ω	$\frac{\text{radian}}{\text{second}}$	$\frac{rad}{s}$	s^{-1}	$\omega = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \omega_0$	$\omega' = \omega_0$
Acceleration a	$\frac{\text{meter}}{\text{second}^2}$	$\frac{m}{s^2}$	$m.s^{-2}$	$a = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a_0$	$a' = a_0$
Angular Acceleration α	$\frac{\text{radian}}{\text{second}^2}$	$\frac{rad}{s^2}$	s^{-2}	$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \alpha_0$	$\alpha' = \alpha_0$

IV UNIDADES DINÁMICAS DERIVADAS (SI)

TABLA 3

Unidades dinámicas derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
Force F	Newton	N	$m.kg.s^{-2}$	$F = F_0$	$F' = F_0$
Energy, Work, Heat E	Joule	J	$m^2.kg.s^{-2}$	$E = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot E_0$	$E' = E_0$
Power $W=E/t$	Watt	W	$m^2.kg.s^{-3}$	$W = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) W_0$	$W' = W_0$
Torque $\tau = r \times F$	Newton.meter	$N.m$	$m^2.kg.s^{-2}$	$\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \tau_0$	$\tau' = \tau_0$
Linear Momentum $p = m \cdot v$	Newton.second	$N.s$	$m.Kg.s^{-1}$	$p = \frac{p_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$p' = p_0$
Angular Momentum $L = r \times p$	Newt.met.sec	$N.m.s$	$m^2.kg.s^{-1}$	$L = L_0$	$L' = L_0$

Pressure $P=F/A$	Pascal	Pa	$m^{-1}.kg.s^{-2}$	$P = \frac{P_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$	$P' = P_0$
Gravitational Field or Gravity $g=F/m$	$\frac{\text{Newton}}{\text{kg}}$	$\frac{N}{kg}$	$m.s^{-2}$	$g = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot g_0$	$g' = g_0$
Gravitational constant $G = g.r^2/M$	$\frac{\text{Newton.meter}^2}{\text{Kg}^2}$	$\frac{N.m^2}{kg^2}$	$m^3.kg^{-1}.s^{-2}$	$G = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^4 \cdot G_0$	$G' = G_0$

V UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS DERIVADAS (SI)

TABLA 4

Unidades electromagnéticas derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
Electric Charge q	Coulomb	C	$A.s$	$q = q_0$	$q' = q_0$
Voltaje $V=W/I$	Volt	V	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-1}$	$V = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot V_0$	$V' = V_0$
Current I	Amper	A	A	$I = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot I_0$	$I' = I_0$
Resistance $R = V/I$	Ohm	Ω	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$	$R = R_0$	$R' = R_0$
Capacitance $C = q/V$	Farad	F	$m^{-2}.kg^{-1}.s^4.A^2$	$C = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$C' = C_0$
Electric Field $\epsilon = F/q$	$\frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}}$	$\frac{N}{C}$	$m.kg.s^{-3}.A^{-1}$	$\epsilon = \epsilon_0$	$\epsilon' = \epsilon_0$
Magnetic Field ($B \sim F/q.v$)	Tesla	T	$kg.s^{-2}.A^{-1}$	$B = \frac{B_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$	$B' = B_0$
Magnetic Flux Φ	Weber	Wb	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-1}$	$\Phi = \Phi_0$	$\Phi' = \Phi_0$
Mutual Inductance $M = -V/(dI/dt)$	Henry	M	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-2}$	$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$M' = M_0$

Magnetic Permeability	$\frac{\text{Henry}}{\text{meter}}$	μ	$m.kg.s^{-2}.A^{-2}$	$\mu = \frac{\mu_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$	$\mu' = \mu_0$
Electric Permittivity	$\frac{\text{Farad}}{\text{meter}}$	ϵ	$m^{-3}.kg^{-1}.s^4.A^2$	$\epsilon = \frac{\epsilon_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$	$\epsilon' = \epsilon_0$
Electric Displacement $D = \epsilon.\mathcal{E}$	$\frac{\text{Farad}}{\text{meter}} \cdot \frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}}$	D	$m^{-2}.A.s$	$D = D_0$	$D' = D_0$

VI UNIDADES FOTOMÉTRICAS DERIVADAS SI

TABLA 5

Unidades fotométricas derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
Luminous Intensity I_v	candela	I_v	cd	$I_v = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) I_{v0}$	$I'_v = I_{v0}$
Luminous Flux F_v	lumen	F_v	$cd.sr$	$F_v = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) F_{v0}$	$F'_v = F_{v0}$
Luminous Energy Q	lumen second	Q_v	$lm.s$	$Q_v = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} Q_{v0}$	$Q'_v = Q_{v0}$
Luminance L_v	$\frac{\text{candela}}{\text{meter}^2}$	L_v	$\frac{cd}{m^2}$	$L_v = L_{v0}$	$L'_v = L_{v0}$
Illuminance E_v	$lux = \frac{\text{lumen}}{\text{meter}^2}$	E_v	lx	$E_v = E_{v0}$	$E'_v = E_{v0}$
Emitance M_v	$lux = \frac{\text{lumen}}{\text{meter}^2}$	M_v	lx	$M_v = M_{v0}$	$M'_v = M_{v0}$

VII UNIDADES RADIOMÉTRICAS DERIVADAS SI

TABLA 6

Unidades radiométricas derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
----------	--------	-------	---------------	--------------	---------------

Radiant Intensity I	$\frac{\text{watt}}{\text{steradian}}$	I	$W.sr^{-1}$	$I = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) I_0$	$I'_v = I_0$
Radiant Flux Φ	watt	Φ	W	$\Phi = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Phi_0$	$\Phi' = \Phi_0$
Radiant Energy Q	joule	Q	J	$Q = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot Q_0$	$Q' = Q_0$
Radiance L	$\frac{\text{watt}}{\text{steradian.meter}^2}$	L	$W.sr^{-1}m^{-2}$	$L = L_0$	$L' = L_0$
Irradiance E	$\frac{\text{watt}}{\text{meter}^2}$	E	$W.m^{-2}$	$E = E_0$	$E' = E_0$
Radiant exitance, Radiant emitance	$\frac{\text{watt}}{\text{meter}^2}$	M	$W.m^{-2}$	$M = M_0$	$M' = M_0$
Radiosity	$\frac{\text{watt}}{\text{meter}^2}$	J_λ	$W.m^{-2}$	$J_\lambda = J_{\lambda_0}$	$J'_\lambda = J_{\lambda_0}$
Spectral radiance	$\frac{\text{watt}}{\text{steradian.meter}^3}$	L_λ	$W.sr^{-1}m^{-3}$	$L_\lambda = \frac{L_{\lambda_0}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$L'_\lambda = L_{\lambda_0}$
Spectral irradiance	$\frac{\text{watt}}{\text{steradian.meter}^3}$	E_v	$W.sr^{-1}m^{-3}$	$E_\lambda = \frac{E_{\lambda_0}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$E'_v = E_{v_0}$

VIII OTRAS UNIDADES DERIVADAS SI

TABLA 7

Otras unidades derivadas SI y sus Transformaciones Locales de Lorentz (LLT)

Magnitud	Unidad	Símb.	Not. científ.	Sistema fijo	Sistema móvil
Dynamic viscosity	Pascal second	$Pa.s$	$m^{-1}.kg.s^{-1}$	$D_v = \frac{D_{v_0}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$	$D'_v = D_{v_0}$
Heat Capacity C_v , Entropy S	$\frac{\text{Joule}}{\text{Kelvin}}$	S	$m^2.kg.s^{-2}.K^{-1}$	$S = S_0$	$S' = S_0$
Thermal conductivity	$\frac{\text{Watt}}{\text{meter.Kelvin}}$	$\frac{W}{m.K}$	$m^1.kg.s^{-3}K^{-1}$	$T_C = T_{C_0}$	$T'_C = T_{C_0}$

Molar energy	$\frac{\text{Joule}}{\text{mole}}$	$\frac{J}{\text{mol}}$	$m^2 \cdot \text{kg} \cdot s^{-2} \cdot \text{mol}^{-1}$	$E_M = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot E_{M0}$	$E_{M'} = E_{M0}$
Molar entropy, molar heat capacity	$\frac{\text{Joule}}{\text{mole} \cdot \text{Kelvin}}$	$\frac{J}{\text{mol} \cdot K}$	$m^2 \cdot \text{kg} \cdot s^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} K^{-1}$	$S_M = S_{M0}$	$S_{M'} = S_{M0}$
Becquerel Bq	$Bq = \frac{\text{Decays}}{\text{second}}$	$\frac{1}{s}$	s^{-1}	$Bq = \frac{Bq_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$	$Bq' = Bq_0$
Absorbed dose of ion. radiation	$Gray = \frac{\text{Joule}}{\text{kg}}$	$\frac{J}{\text{kg}}$	$m^2 \cdot s^{-2}$	$Gy = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^2 \cdot Gy_0$	$Gy' = Gy_0$

VIII MAXWELL EQUATIONS

Se puede demostrar que las Ecuaciones de Maxwell, la cuales son válidas en cualquier sistema de referencia también lo son bajo las Transformaciones Locales de Lorentz. Tomando en cuenta:

$$\nabla' = \frac{\partial}{\partial r'} = \frac{\partial}{\partial r} \Rightarrow \nabla' = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \nabla' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \nabla, \text{ and that } \nabla' = \nabla_0 :$$

$$1) \quad \nabla' \times \vec{\mathbf{E}}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \mathbf{B} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\partial t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$2) \quad \nabla' \times \mathbf{H}' = \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t'} + \mathbf{J}' \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\partial t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \mathbf{J} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

$$3) \quad \nabla' \cdot \mathbf{D}' = \rho' = \frac{q'}{V'} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \nabla \cdot \mathbf{D} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{q}{\frac{V}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}} \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$4) \quad \nabla' \cdot \mathbf{B}' = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$$

REFERENCES

- [1] Wikipedia. *International System of Units*. <http://en.wikipedia.org/wiki/SI> .
- [2] National Institute of Standards and Technology. *The NIST Reference of Constants, Units and Uncertainty*. <http://physics.nist.gov/cuu/Units/index.html>
- [3] J A Franco R. *Vectorial Lorentz Transformations*. 2006. EJTP 9 (2006) 35-64..
- [4] H. A. Lorentz. *"Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity less than that of light"* Proc. Acad. Sci. of Amsterdam, 6, 1904.
- [5] Albert Einstein. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physic 17, 1905, pp. 891-921. English version. *On the Electrodynamics of Moving Bodies*. <http://www.fourmilab.ch/etexts/einstein/specrel/www/>